



DOI: 10.19181/smtp.2025.7.2.11

EDN: VINZLX

Научная статья

Research article

## РОЛЬ ЗНАНИЙ В РАЗВИТИИ ОБЩЕСТВА. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ



**Шепелев  
Геннадий Васильевич<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> ИНИЦ «Курчатовский институт» – НИИСИ, Москва, Россия

**Для цитирования:** Шепелев Г. В. Роль знаний в развитии. Математическая модель динамики численности населения // Управление наукой: теория и практика. 2025. Т. 7, № 2. С. 179–198. DOI 10.19181/smtp.2025.7.2.11. EDN VINZLX.

**Аннотация.** Представлена математическая модель, описывающая динамику роста доступных для потребления человечеством ресурсов. Модель верифицируется несколькими фактами из популяционной экологии, древней истории (миграция людей, их концентрация вдоль долин рек, возникновение компактных поселений). Показана роль научных знаний в поступательном развитии как базы для инноваций, увеличивающих общую продуктивность деятельности людей, рассмотрено значение радикальных инноваций в скачках скорости роста численности людей. Проанализированы скорости роста численности в истории и их привязка к радикальным инновациям. Рассмотрена динамика роста производительности в зависимости от потенциального масштаба применения соответствующего знания в материальном производстве и скорости вложения инвестиций в организацию соответствующего производства. Представленная модель показывает роль взаимосогласованного развития научного сектора и реального сектора экономики.

**Ключевые слова:** численность населения, знания, научно-технический прогресс, инвестиции, модель управления научным сектором

## THE ROLE OF KNOWLEDGE IN THE DEVELOPMENT OF SOCIETY. A MATHEMATICAL MODEL OF POPULATION DYNAMICS

**Gennady V. Shepelev<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> NRC “Kurchatov Institute” – SPISA, Moscow, Russia

**For citation:** Shepelev G. V. The role of knowledge in the development of society. A mathematical model of population dynamics. *Science Management: Theory and Practice*. 2025;7(2):179–198. (In Russ.). DOI 10.19181/smtп.2025.7.2.11.

**Abstract.** A mathematical model describing the growth dynamics of resources available for human consumption is presented. The model is verified by several facts from population ecology and ancient history (the migration of people, their concentration along river valleys, the emergence of compact settlements). The author shows the role of scientific knowledge in progressive development as a base for innovations that increase the overall productivity of people’s activities and examines the significance of radical innovations in leaps in the growth rate of the number of people. The jumps in the growth rate of numbers in history and their relation to radical innovations are analyzed. The dynamics of productivity growth is considered in terms of the potential scale of application of relevant knowledge in material production and the speed of investment in the organization of the relevant production. The presented model shows the role of mutually coordinated development of the scientific sector and the real economy.

**Keywords:** population size, knowledge, scientific and technical progress, investment, model of scientific sector management

### ВВЕДЕНИЕ

В предыдущих статьях [1; 2] была разработана модель описания процессов управления научным сектором, рассмотрены несколько альтернативных моделей и представлены аргументы в пользу взаимосогласованной модели развития науки и человеческого общества, которая заключается в том, что эти два процесса взаимосвязаны и наука выполняет определённые виды работ, связанные с обеспечением общего развития. При этом ни один из процессов (развитие науки и развитие общества в целом) не является определяющим или ведущим по отношению к другому.

В этой статье рассмотрим, как это утверждение может быть выражено аналитически, какие аспекты взаимодействия экономики и сектора работы со знаниями влияют на динамику общего развития. В качестве индикаторов, характеризующих развитие общества, приняты два показателя – численность населения и объём ресурсов, производимых и потребляемых в расчёте на одного человека (обобщённо во многих случаях можно принять в качестве такого индикатора ВВП на душу населения).

Отметим, что попытки моделирования одного из рассматриваемых нами показателей – численности населения – предпринимались многими авторами (см., напр., статьи [3; 4]). Достаточно подробный обзор подходов к анализу этой проблемы приведён в работе [5]. В большинстве таких исследований предпринималась

попытка аппроксимировать имеющиеся данные по численности населения тем или иным математическим уравнением. Для этого в предлагаемых для аппроксимации уравнениях закладывалось несколько свободных переменных, значения которых подбирались в конечном счёте по тому, насколько хорошо принятая за основу формула соответствовала фактическим данным.

В данной работе математические выкладки используются иным образом. Из достаточно очевидных посылок, описываемых простыми математическими уравнениями, включающими переменные, которые могут быть либо измерены непосредственно, либо получены простыми расчётами из имеющихся статистических данных, будут выведены закономерности, которые качественно объясняют характер изменений исторических данных по динамике численности населения. Кроме того, полученные закономерности позволяют предположить возможные причины, по которым рост численности в экономически развитых странах с середины XX в. сменился депопуляцией – подробно этот вопрос будет рассмотрен в следующей статье.

Отметим, что решение задачи, которая ставилась в работах [3; 4; 5], – аппроксимация данных по численности за многие тысячелетия единой формулой, – не было целью данной статьи. Основная цель автора – объяснить, как рост численности населения связан с развитием науки и техники. В частности, в рамках развиваемого подхода будет детально показано, как на уровне внедрения инноваций работает взаимосогласованная модель развития, предложенная в работах [1; 2]. Как будет продемонстрировано далее, рост объёма доступных и потребляемых человечеством ресурсов определяется не наличием знаний самих по себе, но и тем, насколько масштабно осуществляются вложения в развитие технологий, базирующихся на этих знаниях. Очевидно, что инновации могут иметь разный потенциал для их применения, поэтому приведены расчёты, показывающие, как можно описать влияние инноваций на общий результат. В частности, на основе разработанной математической модели показано, как появление новых радикальных инноваций может существенно менять скорость прироста доступных ресурсов, что в свою очередь проявляется в скачках скорости роста численности населения Земли.

### **КОММЕНТАРИЙ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**

Математические методы не так широко используются в работах по организации управления, в том числе научным сектором, поэтому полезно прокомментировать причины, по которым в данной работе применяется математический аппарат.

Без математики исследование приобретает характер «рассуждения на тему», в лучшем случае перечисляются факторы, которые могут влиять на рассматриваемое явление. Сила влияния, взаимное действие факторов при таком подходе, как правило, может быть описано только качественно.

Описать явление, которое представлено системой дифференциальных уравнений от нескольких переменных, словами, может быть интересно, но малопродуктивно хотя бы потому, что любой другой исследователь может дать своё словесное описание, отличающееся от первого. Кто более прав – без математики ответить невозможно.

В данной статье мы не выходим за рамки обязательного вузовского курса математики – используем простое уравнение с одной независимой переменной.

Параллельно с математическим рассмотрением будет следовать словесный комментарий, описывающий то же самое в более привычном для читателя такого рода работ виде.

Что даёт математика:

- более очевидные, в том числе количественные, взаимосвязи между различными аспектами явлений;
- выявление новых аспектов, которые требуют изучения применительно к рассматриваемому вопросу;
- новые закономерности, которые ускользают при «гуманитарном» подходе.

В целом использование математических методов позволяет перейти от «правдоподобных рассуждений» к доказательству утверждений и обеспечивает возможность проверки выдвигаемых гипотез на непротиворечивость.

## ФОРМУЛА ВЫЖИВАНИЯ

Вначале рассмотрим простую модельную задачу, описывающую как популяцию животных, так и первобытное общество: сколько человек может жить на некоторой территории. Обозначим:  $p$  – потребление одним человеком ресурсов, обеспечивающих его выживание,  $N$  – численность,  $W$  – суммарную продуктивность ареала обитания,  $a$  – продуктивность единицы площади,  $S$  – площадь рассматриваемой территории.

Тогда, с одной стороны, если численность предельная и все произведённые ресурсы потребляются,

$$W = pN, \quad (1)$$

и, с другой стороны, для общества собирателей и охотников доступные ресурсы определяются естественной продуктивностью и размером доступной площади<sup>1</sup>

$$W = aS, \quad (2)$$

Отсюда следует, что предельная численность людей, которые могут проживать на рассматриваемой территории, равна

$$N = aS/p, \quad (3)$$

т. е. она пропорциональна доступной площади, её продуктивности и обратно пропорциональна объёму потребляемых человеком ресурсов.

В литературе приводится зависимость численности популяции в зависимости от массы животного [6; 7]. Если принять, что потребление необходимых для питания продуктов  $p$  пропорционально массе тела животного, то формула в логарифмических координатах даёт линейную зависимость

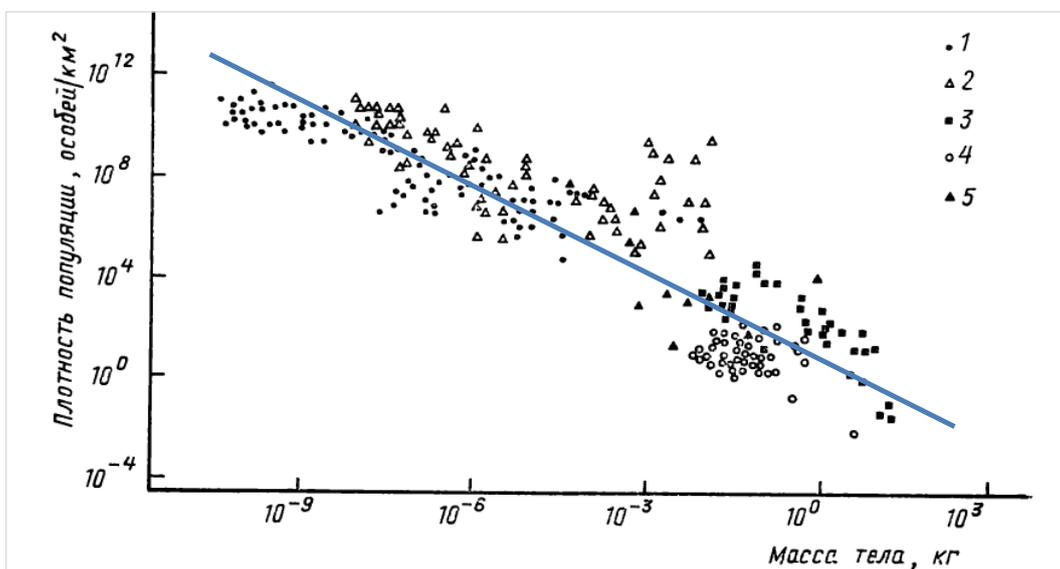
$$\lg(p) + \lg(N) = \text{const}, \quad (4)$$

которая хорошо аппроксимирует экспериментальные данные, которые приводятся во многих работах, посвящённых моделированию численности животных. На рис. 1 на экспериментальные данные, взятые из работы [8], наложена линия, представленная уравнением (4). Видно, что в среднем экспериментальные и теоретические данные достаточно хорошо согласуются между собой.

<sup>1</sup> В формулах (1)–(3) в качестве единиц изменения можно использовать, например, весовые для  $p$  [кг/чел] и  $a$  [кг/км<sup>2</sup>]. В более поздние времена все натуральные показатели можно свести к денежному выражению стоимости соответствующего ресурса, что позволяет использовать для них единые формулы.

Из формулы (3) следуют также некоторые выводы, которые хорошо ложатся на исторические факты. Это, например, очевидная тенденция к миграции и концентрации людей в более продуктивных регионах – в формуле (3) это соответствует увеличению продуктивности единицы площади  $a$ . Из истории Древнего мира известно, что многие цивилизации развивались в долинах крупных рек – Тигра, Евфрата, Нила и др., в которых благодаря природным условиям формировались более плодородные почвы.

Если продуктивность земли примерно постоянна в среднем, увеличение численности населения возможно при переселении части людей на новые территории. В формуле (3) это соответствует увеличению площади  $S$ . Расселение приводит к увеличению численности населения, хотя отдельные первобытные племена остаются на своих ареалах и в пределах этих ареалов примерно сохраняют постоянную численность<sup>2</sup>. При этом, естественно, должно быть выполнено условие, что их территория не пересекается с ареалами других племён, т. е. не возникает конкуренции, что в конечном итоге приводит к постоянству численности населения на конкретной территории. Рассматриваемые процессы миграции происходили достаточно медленно (характерное время – сотни и тысячи лет), поэтому естественные ограничения продуктивности земли, борьба за ресурсы с животными приводили к тому, что долгие годы численность первобытных людей оставалась практически постоянной (скорость роста измерялась тысячными долями процента).



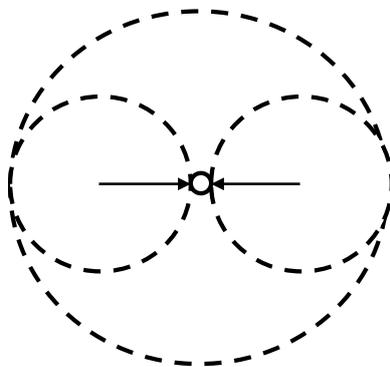
**Рис. 1.** Зависимость средней плотности популяции от массы тела среди различных групп животных: 1 – наземные беспозвоночные; 2 – водные беспозвоночные; 3 – млекопитающие; 4 – птицы; 5 – различные пойкилотермные позвоночные (данные из [6] приводятся по [7])

**Fig. 1.** Dependence of the average population density on body mass among different groups of animals: 1 – terrestrial invertebrates; 2 – aquatic invertebrates; 3 – mammals; 4 – birds; 5 – various poikilothermic vertebrates (data from [6] cited in [7])

Ещё одно следствие из формулы (3) касается возможного варианта эффективного увеличения доступной для получения ресурсов площади. Такая

<sup>2</sup> Мы не рассматриваем вопросы изменения продуктивности территорий во времени, что может приводить к колебаниям численности, вымиранию и т. п. Нас интересуют в данной работе только общие тенденции.

возможность появляется с переходом к обмену произведёнными или добытыми ресурсами в более позднее время. В этом случае становится целесообразной концентрация населения в компактных поселениях: единая точка обмена товарами между людьми, по существу, делает доступной для совокупности людей большую площадь, чем мог бы охватить один человек (см. рис. 2).



**Рис. 2.** Эффективная доступная территория при наличии компактного поселения  
**Fig. 2.** Effective accessible area in case of a compact settlement

В точке обмена избыточные для людей, живущих на одной территории, ресурсы могут передаваться людям с других территорий, где эти ресурсы отсутствуют. В результате всё население большого круга получает доступ к единой базе ресурсов – это позволяет более эффективно использовать ресурсы с большей территории, что также обеспечивает рост численности людей.

## ФОРМУЛА РАЗВИТИЯ

Выражение (1) можно использовать как базу для определения критериев развития человеческого общества. В соответствии с ним далее в качестве критериев, характеризующих развитие человеческого общества, будем рассматривать два показателя: численность населения  $N$  и объём потребляемых одним человеком ресурсов  $p$ . Произведение этих величин даёт суммарный потребляемый объём ресурсов  $W$ . Если на начальных этапах истории человечества рост численности населения можно рассматривать как превалирующий фактор, то в современном мире численность населения в экономически развитых странах не растёт или даже снижается, а общая численность в таких странах поддерживается за счёт миграции из других регионов. При этом растёт среднее потребление  $p$ , и общий прогресс можно характеризовать, например, ростом такого показателя, как ВВП на душу населения.

Отметим, что при желании можно предложить большое количество критериев развития – в литературе можно найти много «упражнений» по различным «индексам развития чего-нибудь». Не вдаваясь в дискуссии по поводу адекватности используемых в них наборов показателей, отметим, что почти всегда можно проследить прямую или косвенную связь с используемыми в этой статье критериями. Эти критерии допускают математическое описание их динамики в зависимости от различных факторов, которые могут быть известны из доступных статистических данных, – именно поэтому здесь мы работаем с ними.

Чтобы понять, как обеспечивается развитие в принятом нами смысле, далее рассмотрим, за счёт чего меняется объём доступных человеку ресурсов. В соответствии с формулой (1) именно этот объём определяет произведение численности на объём потребления одним человеком, т. е. учитывает оба принятых нами критерия развития.

Если в раннем первобытном обществе объём доступных ресурсов определялся в основном естественной производительностью земли, то при переходе от собирательства и охоты к земледелию и скотоводству, а затем к промышленному производству объём доступных для потребления ресурсов перестаёт зависеть только от естественной производительности почвы и размеров доступных участков. Как следствие роста доступных ресурсов численность населения начинает расти более быстрыми темпами (см. ниже комментарий к рис. 5). Рассмотрим, чем определяются закономерности роста численности населения в этом случае.

Отметим, что перечень потребляемых человеком ресурсов в разное время меняется. Если во времена развития собирательства это в основном продукты питания, потребляемые непосредственно человеком, то во времена развития земледелия это также орудия и домашние животные, используемые для обработки земли. В более позднее время сюда относятся машины и оборудование, удобрения, топливо и т. д. При производстве этой продукции в свою очередь используются различные ресурсы (не потребляемые непосредственно человеком): сырьё, рабочая сила, материалы и др. Если все ресурсы физически доступны, то можно перевести расчёты из натурального представления (в штуках, тоннах и т. п.) в финансовое, когда для единообразия представления используется стоимость используемых ресурсов и количество вновь произведённых ресурсов также определяется через их стоимость.

Рассмотрим прирост производимых ресурсов  $\Delta W$  за некоторый промежуток времени  $\Delta t$ . Если за это время за счёт инвестиций были созданы дополнительные производственные фонды  $\Delta F$ , то прирост ресурсов будет пропорционален приросту фондов, умноженному на коэффициент фондоотдачи  $\alpha$ , (т. е. стоимости произведённых ресурсов за определённый период времени, как правило, за год)<sup>3</sup>

$$\Delta W = \alpha \Delta F, \quad (5)$$

В свою очередь прирост основных фондов  $\Delta F$  будет пропорционален средней годовой текущей прибыли  $P$ , вложенной за рассматриваемое время  $\Delta t$  в новое производство

$$\Delta F = \beta P \Delta t, \quad (6)$$

где  $\beta$  – это доля прибыли, инвестируемой в производство в среднем за год. Обозначим через  $r$  долю прибыли в произведённой продукции

$$P = rW, \quad (7)$$

тогда подставляя это значение в формулу (6), а её – в (5), получим, что прирост производства в формуле (5) будет равен

$$\Delta W = \alpha \beta r W \Delta t. \quad (8)$$

<sup>3</sup> Отметим, что размерность  $\alpha$  это 1/время (отдача фондов обычно измеряется за год). Поэтому в формулах, используемых далее,  $\alpha t$  – безразмерная величина.

Решением дифференциального уравнения, которое следует из формулы (8), будет выражение

$$W = W_0 \exp[\alpha\beta r(t-t_0)], \quad (9)$$

где  $W_0$  объём ресурсов, производимых в начальный рассматриваемый момент времени  $t_0$ .

Отметим, что при выводе этой формулы сделано несколько неявных предположений. Во-первых, все экономические и производственные процессы рассматриваются усреднённо, не учитываются кризисы, приводящие к появлению циклических колебаний. С учётом того, что мы рассматриваем исторически длительные периоды, достаточно короткими колебаниями можно пренебречь – это предмет более сложной модели. Во-вторых, коэффициент фондоотдачи  $\alpha$ , доля прибыли, инвестируемой в производство  $\beta$ , доля прибыли в произведённой продукции  $r$  приняты почти постоянными или медленно меняющимися на рассматриваемых периодах. Это верно, по крайней мере, до начала и даже до середины XX в. Если отказаться от этого предположения, то вместо уравнения (8) нужно будет рассматривать систему из четырёх дифференциальных уравнений для всех входящих в него переменных, решение которых вряд ли удастся получить в наглядном виде. Скорее всего такая система может описать гораздо больше явлений, например, те же циклические явления в экономике, но на рассматриваемых нами промежутках времени с учётом разной скорости развития в разных странах они усреднятся и вряд ли скажутся на общей средней численности людей, которая является гораздо более инерционным процессом.

Если производство в среднем является прибыльным, то количество производимых ресурсов экспоненциально растёт, и таким же темпом, в соответствии с формулой (1), может расти численность людей, если потребление на душу населения  $p$  сохраняется постоянным. На протяжении тысячелетий средний уровень потребления менялся, по-видимому, не значительно, и только ближе к середине XX в. началась смена тенденции на рост потребления сверх минимально необходимого для обеспечения выживания<sup>4</sup>. Отметим ещё раз, что формула (9) описывает единым образом оба этих показателя и таким образом обеспечивает базу и для описания так называемого «демографического перехода», который заключается в изменении к уменьшению тенденций роста численности людей. Этот переход начался с середины XX в., и его описание в рамках моделей, представленных в [5], требует введения новых идей, которые плохо стыкуются с формулами, описывающими рост численности до этого времени. В отличие от них предлагаемая нами модель содержит такую возможность и в её рамках требуется лишь разобраться в причинах, по которым меняется система принятия решений с варианта (в среднем) увеличения численности на вариант увеличения потребления. В следующей статье будет рассмотрена ситуация в современных развитых странах, где растёт не численность, а объём потребления, и будут выдвинуты некоторые соображения, почему происходит такая смена тенденций.

<sup>4</sup> Мы не обсуждаем различие в потреблении разных слоёв населения, которое может достаточно сильно различаться, считая, что общая тенденция задаётся наиболее многочисленными слоями, которые наращивали потребление достаточно медленно.

## ДИНАМИКА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТРУДА

Доля прибыли в произведённой продукции  $r$  и доля прибыли, расходуемой на развитие (инвестирование)  $\beta$ , в среднем меняются медленно и в силу этого не могут обеспечить значительный (скачкообразный) рост показателя экспоненты в формуле (9). Поэтому рассмотрим более подробно, как может меняться величина фондоотдачи  $\alpha$  в формуле, от которой также зависит скорость роста ресурсов и, в соответствии с формулой (1), численность населения.

Начнём с того, что для создания нового производства используется совокупность ресурсов: кадры, оборудование, сырьё, энергия и т. д. В разные исторические эпохи набор ресурсов и их значимость изменялись, но общие закономерности при их использовании сохранялись. Каждый из ресурсов может влиять на итоговую эффективность производства. Для оценки эффективности использования отдельных ресурсов применяются частные показатели: трудоёмкость (или обратная ей величина – производительность труда), материалоёмкость, энергоёмкость и т. п. В качестве примера далее будем говорить о производительности труда, но аналогичные соображения верны и в отношении других ресурсов. Выбор производительности труда важен также с точки зрения оценки доступных для потребления отдельным человеком ресурсов – в следующей статье это будет использовано для анализа возможной природы снижения рождаемости в развитых странах, которое наблюдается с середины прошлого века.

Средняя производительность труда  $b(t)$  определяется как объём производства  $W$ , делённый на число работников  $N_p$ :

$$b(t) = W/N_p, \quad (10)$$

Отметим, что эта величина может достаточно сильно меняться от государства к государству (см., напр., данные, приведённые в работах [8; 9]), а также и со временем. Далее мы будем иметь в виду некоторую среднюю для данной эпохи производительность – для общих выводов, которые будут рассматриваться ниже, этого будет достаточно.

Изменения производительности труда (в среднем за всю историю – повышение, хотя были и периоды регресса) происходят из-за тех или иных улучшений процесса производства. Будем называть такие улучшения инновациями. Инновация появляется как результат использования нового знания (наблюдения, рационализаторского предложения, изобретения, научной разработки). Подчеркнём различие собственно знания и инновации. Знание – это некоторая информация, а инновация – это знание, реализованное в материальном производстве, обеспечивающем производство продукта или услуг, которые потребляются людьми.

Возникновение нового знания в любой из форм можно считать мгновенным процессом в историческом масштабе (хотя конкретный человек мог потратить на него значительную часть своей жизни). Для общества это знание становится доступным в какой-то конкретный момент  $t_i$ . Каждое конкретное знание и реализуемая на его основе инновация имеет больший или меньший потенциал использования. Какие-то изобретения важны только для небольшого локального производства, а какие-то затрагивают большую часть человечества.

Например, потенциал перехода от собирательства к сельскому хозяйству был глобальным – это изменение продолжалось на протяжении тысячелетий и распространилось практически на все обрабатываемые территории, на которых производятся продукты питания. Тем не менее до сих пор существует т. н. сбор дикоросов (грибов, ягод, орехов и др.), которые по тем или иным причинам не поддаются одомашниванию, а это значит, что, строго говоря, процесс перехода не завершён до сих пор. При оценке времени реализации процессов стоит учитывать скорость распространения соответствующей информации, которая также менялась со временем. Процессы диффузии знания в первобытном обществе занимали века, в то время как в современном мире информация распространяется практически мгновенно<sup>5</sup>.

Отметим, что процесс распространения инновации зависит не только от наличия соответствующего знания, но и от объёма и скорости привлечения ресурсов для создания соответствующих производств. Если в первобытные времена в качестве ресурсов для организации производства в основном выступала физическая сила человека или животных, то организация современного производства требует иногда сотен и тысяч наименований используемых продуктов и материалов. Как следствие этого, создание нового производства ограничивается в том числе возможностью обеспечить консолидацию соответствующих ресурсов, например, доступностью соответствующего финансирования.

Очевидно, что фактор привлечения ресурсов лежит вне сектора работы со знаниями и зависит от общей экономической ситуации в конкретной стране. Как следствие, общее развитие человечества определяется совокупностью факторов, среди которых наличие нового знания не является единственно определяющим (именно в этом состоит база для взаимосогласованной модели развития науки и общества, представленной в работах [1; 2]).

Рассмотрим влияние единичного улучшения в производстве ресурсов. Если в момент  $t_i$  появляется новое знание, которое приводит к росту производительности, то улучшение по всей системе наступает не мгновенно, а требуется время  $T$ , за которое улучшение охватывает всё возможное производство некоторого вида продукции. Для простоты предположим, что «внедрение» улучшения происходит равномерно (линейно), тогда прирост производительности от данного нововведения будет описываться формулой

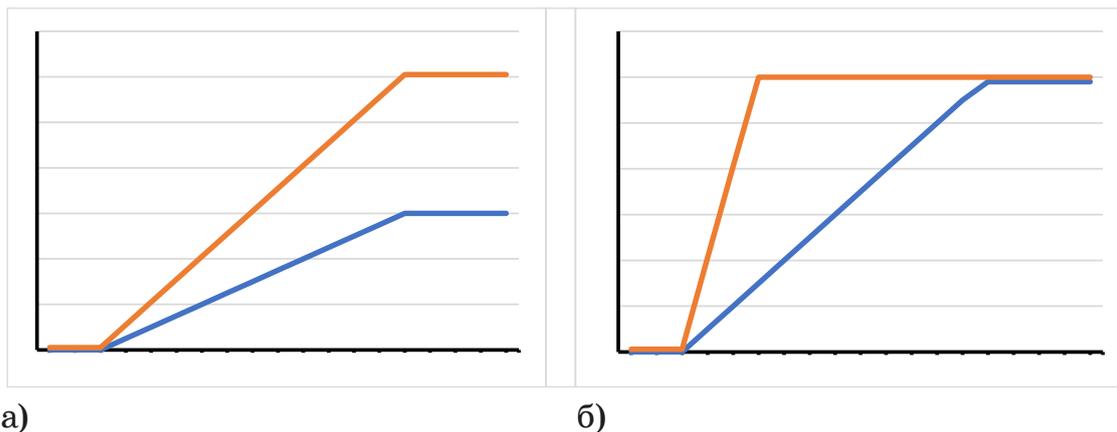
$$b(t) = \begin{cases} 0, & t < t_i \\ b_i(t - t_i)/T, & t_i < t < t_i + T \\ b_i, & t > t_i + T \end{cases} \quad (11)$$

примерно, как показано на рис. 3. На рис. 3а изображена зависимость от потенциала использования инновации. Чем выше потенциал, тем больше конечный прирост производительности труда в целом по экономике (кривая расположена выше). Инновации с меньшим потенциалом оказывают более слабое влияние, поскольку степень их распространения ограничена соответствующим спросом. Отметим, что в соответствии с (11) скорость прироста  $b(t)$  будет равна нулю до времени  $t_i$  и после времени  $t_i + T$  и равна  $b_i/T$  в промежутке между этими моментами времени (горизонтальные отрезки на графиках).

<sup>5</sup> Необходимо отметить, что в этой и следующей статьях речь идёт о «прикладных» знаниях, а не достижениях фундаментальной науки (которой в первобытные времена просто ещё не было). Более подробно вопросы разделения на фундаментальные и прикладные, научные и иные виды знания рассмотрены в статьях [1; 2].

В качестве иллюстрирующего примера – продукты питания потребляет каждый человек, а украшения с драгоценными камнями – существенно меньшее количество. Соответственно потенциал инновации в сельском хозяйстве существенно выше с точки зрения привлекаемых ресурсов и общего влияния на производительность труда в экономике.

На рис. 3б показана зависимость от скорости внедрения инновации. При одном и том же потенциале (конечном значении роста кривой) скорость внедрения зависит от ресурсов, которые вкладываются в определённый промежуток времени в организацию соответствующего производства. Чем больше для этого привлекается ресурсов, тем за меньшее время достигается максимально возможный эффект от внедрения соответствующего изобретения. Это ещё раз иллюстрирует, что сам факт появления изобретения ещё не означает наличия реального прогресса или его скорости. Только в том случае, когда реальный сектор прикладывает со своей стороны усилия по внедрению, появляется результат, пропорциональный вложенным усилиям. В частности, этим можно объяснить и различие в скорости развития одних и тех же секторов экономики в странах с разным уровнем благосостояния.



**Рис. 3.** Рост производительности труда:

а) разный потенциал использования; б) разная скорость внедрения

**Fig. 3.** Labor productivity growth: a) different potential for use; b) different speed of implementation

Поскольку в экономике доступные ресурсы всегда так или иначе ограничены, это сдерживает и общую скорость прогресса безотносительно к наличию соответствующих знаний.

Второе следствие из ограниченности ресурсов – для диверсифицированной экономики скорость роста не может быть одинаковой по всем возможным направлениям – всегда появляются приоритеты или большая или меньшая специализация. Это приводит к разделению труда, сначала по отдельным людям или отраслям, затем и в мировом масштабе.

Общая динамика прироста производительности труда будет равна сумме вкладов всех отдельных слагаемых

$$b = \sum b_i \quad (12)$$

за время  $\Delta t$ . Если для простоты принять, что все отдельные импульсы одинаковы, т. е.  $b_i = b_0$ , то скорость изменения производительности труда будет равна

$$b = b_0 n(t), \quad (13)$$

т. е. пропорциональна текущей частоте инноваций  $n(t)$ , подкреплённых вложением соответствующих ресурсов. Это означает, что при увеличении численности населения и при даже примерно постоянной доле людей, занимающихся генерацией новых знаний (новых идей), скорость прироста ресурсов, а соответственно и численности людей будет со временем ускоряться. Отметим ещё раз, что для такого ускорения развития важно не просто количество новых знаний, а объём знаний, подкреплённых инвестициями в их практическую реализацию.

Если снова вернуться к произведённым ресурсам, то каждому слагаемому в (11) будет соответствовать прирост, пропорциональный фондоотдаче каждой потенциальной инновации  $\alpha_i$  и и вложенным средствам в основные фонды по данному проекту  $\Delta F_i$

$$\Delta W = \sum \alpha_i \Delta F_i, \quad (14)$$

В оптимальном случае инвестирование в новое производство должно производиться так, чтобы получить максимальную величину суммы (16). С учётом того, что общий объём вложений ограничен, т. е.

$$\sum \Delta F_i = const, \quad (15)$$

инвестиции будут осуществляться в проекты с максимальной фондоотдачей. Кроме того, с учётом того, что каждая инновация имеет свой конечный потенциал для внедрения, т. е.  $\Delta F_i$  ограничено, выбор будет ориентирован на те инновации, которые обеспечивают возможность максимального расширения области применения, т. е. допускают более масштабное производство.

Это объясняет, например, тот факт, что несмотря на высокую прибыльность отдельных высокотехнологичных инноваций, масштабные инвестиции осуществляются также и в низко- и среднетехнологичные производства, обеспечивающие выход на масштабные рынки.

Если для простоты принять, что фондоотдача всех инноваций одинакова, т. е.  $\alpha_i = \alpha_0$ , то скорость прироста производства будет равна

$$\Delta W = \alpha_0 \sum \Delta F_i, \quad (16)$$

т. е. пропорциональна объёму всех проведённых инвестиций (15). С учётом того, что на коротких промежутках времени эта величина примерно постоянная, прирост будет пропорционален средней фондоотдаче внедряемых технологий.

Отметим также, что инвестиции не обязательно производятся в оригинальные исследования. С учётом потенциала инновации только первое из многих внедрений технологии будет внедрением оригинального нового знания.

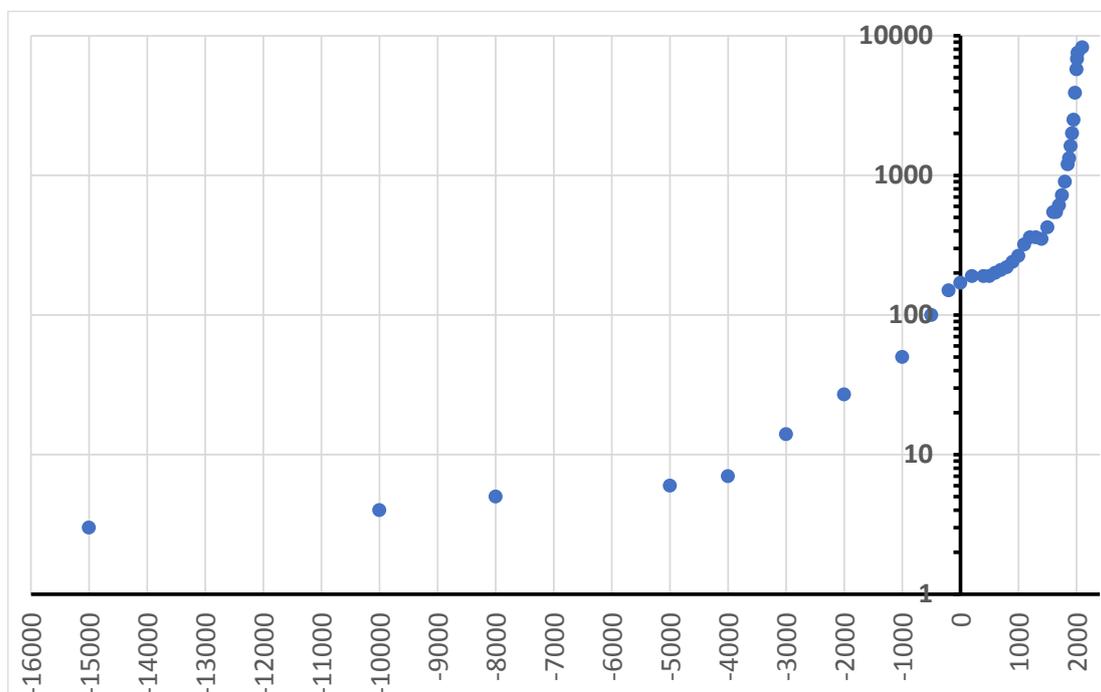
Рассмотрим случай, когда появляется новое знание, радикально изменяющее ситуацию с производительностью труда. Это означает, что одно из слагаемых в формуле (14) будет существенно больше остальных ( $\alpha_i \gg \alpha_0$ ), и в момент его появления скорость прироста производства резко увеличится.

В истории человечества такими радикальными инновациями были, например, переход к землепользованию, появление парового двигателя и др. С их появлением показатель экспоненты в формуле (9) также скачком меняется, т. е. скорость роста численности населения остаётся экспоненциальной, но показатель экспоненты увеличивался. При изображении на графике в логарифмическом масштабе (в этом случае экспонента изображается прямой линией с некоторым наклоном, определяемым показателем экспоненты) это соответствует увеличению наклона прямой на таком графике (см. примеры ниже).

В экономическом плане наличие существенного изменения в производительности приводит к скачкообразному увеличению показателя фондоотдачи  $\alpha$ . Выше мы сделали предположение, что  $\alpha$  меняется медленно или не меняется во времени. Противоречие снимается тем фактом, что такое заметное изменение – достаточно редкое явление. По существу до момента появления радикальной инновации  $t_i$  и после этого момента рассматриваются два разных уравнения с разными значениями  $\alpha$ . При этом как до момента  $t_i$ , так и после него показатель фондоотдачи  $\alpha$  меняется медленно или не меняется. Это позволяет использовать одно и то же уравнение (8) для описания процессов на этих двух интервалах, но не сам процесс перехода от первого ко второму.

## ЧИСЛЕННОСТЬ НАСЕЛЕНИЯ ЗЕМЛИ

Рассмотрим, как полученные формулы соотносятся с данными по численности населения Земли. Приведённые далее данные в основном взяты из работы [10]. На рис. 4 приведён общий график роста населения Земли, начиная с 10 тыс. лет до н. э. Видно, что общий поступательный рост в отдельные периоды сменяется стагнацией или даже уменьшением численности. Поскольку оценки для первобытного общества могут быть сделаны только на основе археологических исследований, понятно, что надёжность данных в разные исторические периоды сильно различается, но общая тенденция роста достаточно очевидна на всём протяжении.



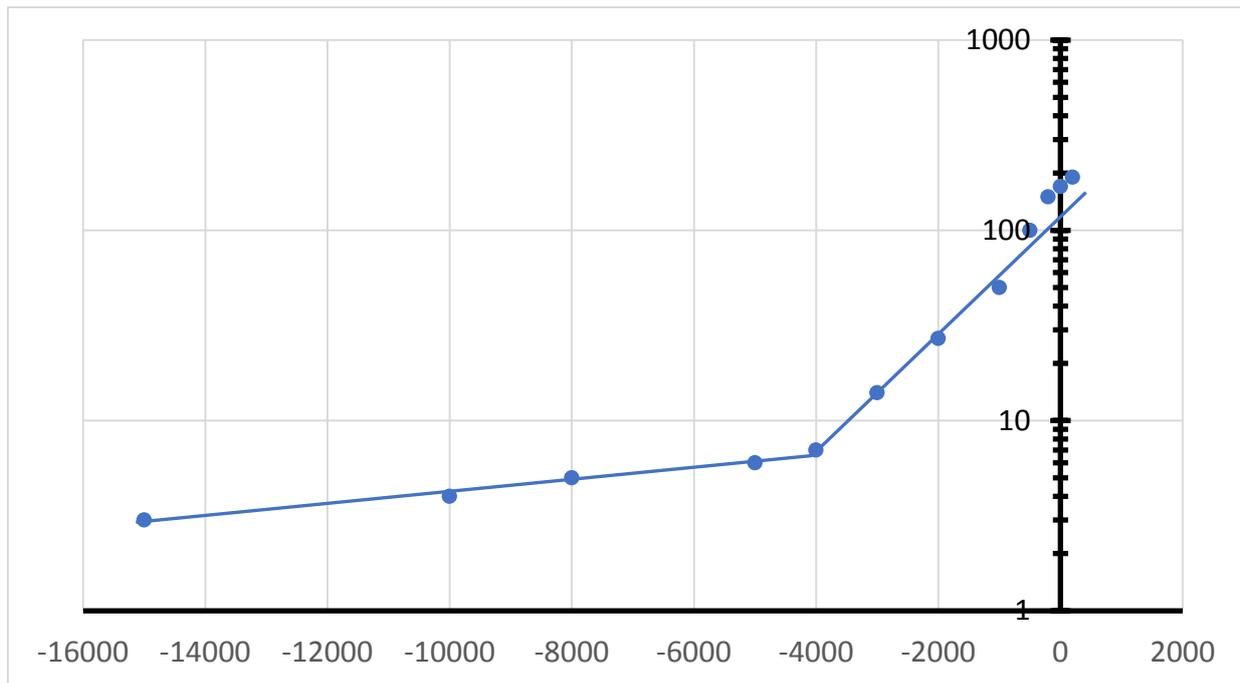
**Рис. 4.** Рост населения Земли. Здесь и на следующих рисунках: вертикальная ось – численность в млн чел., логарифмическая шкала; горизонтальная ось – годы, отрицательные значения соответствуют годам до н. э.

**Fig. 4.** The Earth's population growth. Here and in the following figures, the vertical axis is population in millions of people, logarithmic scale; the horizontal axis is years, negative values correspond to years BC

В различные периоды на процессы, определяемые экономическими причинами, которые рассматривались выше, накладываются явления, вызываемые природными катаклизмами, – голодом, вызванным похолоданиями, эпидемиями и т. п. Следует также учесть, что в разных регионах скорость экономических процессов определяется локальными условиями и только в последнее столетие процессы приобретают по-настоящему глобальный масштаб. Даже в современном мире уровень развития экономики разных стран различается на порядки. Поэтому выводы, которые делаются на основе развитой теории, можно рассматривать только как общую тенденцию для средних величин, а не предсказания для конкретных стран. Тем не менее, даже при таком качестве исходных данных можно описать многие явления, связанные с численностью населения.

Чтобы более наглядно выделить ключевые процессы, рассмотрим отдельные исторические периоды в более крупном масштабе. Наиболее показательным является картина для времени до нашей эры (отрицательная часть горизонтальной шкалы на рисунках). Примерно до 4–5 тысячелетий до н. э. рост населения происходил достаточно медленно, а с этого времени он существенно ускорился. На рис. 5 приведены данные, характеризующие первобытное общество и Древний мир. На графике можно выделить два участка, данные на каждом из которых аппроксимируются прямыми линиями. Напомним, что, поскольку по вертикальной оси указан логарифмический масштаб, это означает, что численность на этих участках растёт по экспоненте. Видно, что показатель экспоненты (наклон прямой) на втором участке заметно больше, чем на первом.

Причины увеличения скорости роста на втором участке (примерно с 4000 г. до н. э.) скорее всего связаны с тем, что в это время происходила т. н. неолитическая революция, в ходе которой человечество перешло от охоты и собирательства к земледелию и скотоводству. Доступные для потребления ресурсы при переходе к земледелию существенно выше, чем при собирательстве – в формуле (3) это соответствует увеличению продуктивности единицы площади  $a$  и соответственно повышению предельного значения для количества людей, проживающих на ограниченной территории. Процесс перехода к земледелию (время  $T$  в формуле (11)) занял несколько тысяч лет, в течение которых скорость роста населения земли определялась расширяющимися возможностями производства продуктов питания.

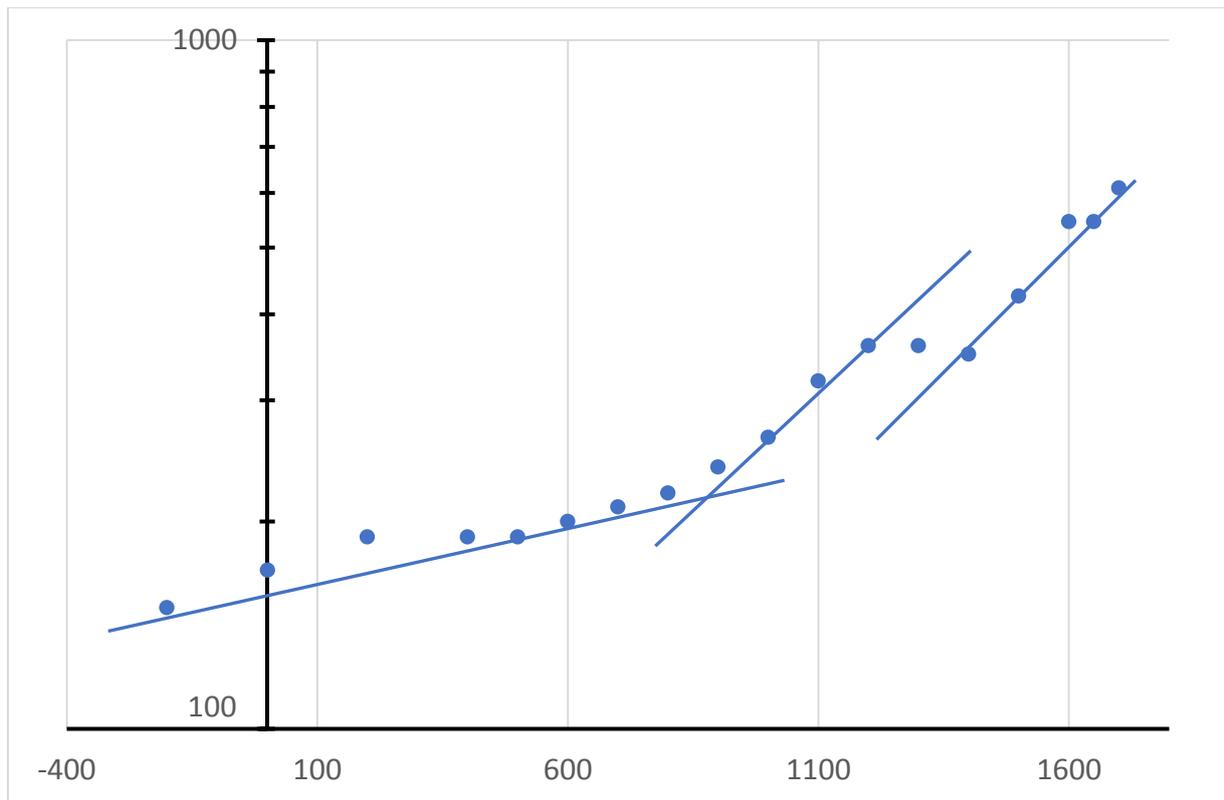


**Рис. 5.** Рост населения Земли. Первобытное общество и Древний мир  
**Fig. 5.** The Earth's population growth. Primitive society and the ancient world

На рис. 6. показаны данные для следующих двух тысяч лет, охватывающих Древний мир и Средние века. Интерпретация этих данных не такая очевидная, как для первобытного общества, но тем не менее можно видеть изменение скорости роста населения около 800 г. Наглядность изменения роста после 800 г. снижается из-за того, что примерно с 1200 по 1400 гг. произошло существенное сокращение численности населения, вызванное голодом из-за похолодания и эпидемией чумы.

При этом, если посмотреть на скорость роста после 1400 г. (правая аппроксимирующая прямая на рис. 6), видно, что скорость роста после отмеченных катаклизмов практически восстановилась до той, что была с 800 по 1200 г. (наклон средней и правой аппроксимирующих прямых примерно одинаков).

Из возможных причин изменения скорости роста на рубеже VIII и IX вв. можно рассмотреть переход на трёхпольную систему земледелия и связанный с этим серьёзный рост урожайности в сельском хозяйстве. Распространение этих технологий обеспечило рост доступных для человечества ресурсов следующие несколько сотен лет. Отметим, что время, которое потребовалось для распространения этой ключевой технологии, было почти на порядок меньше времени, за которое осуществился переход от собирательства к земледелию.

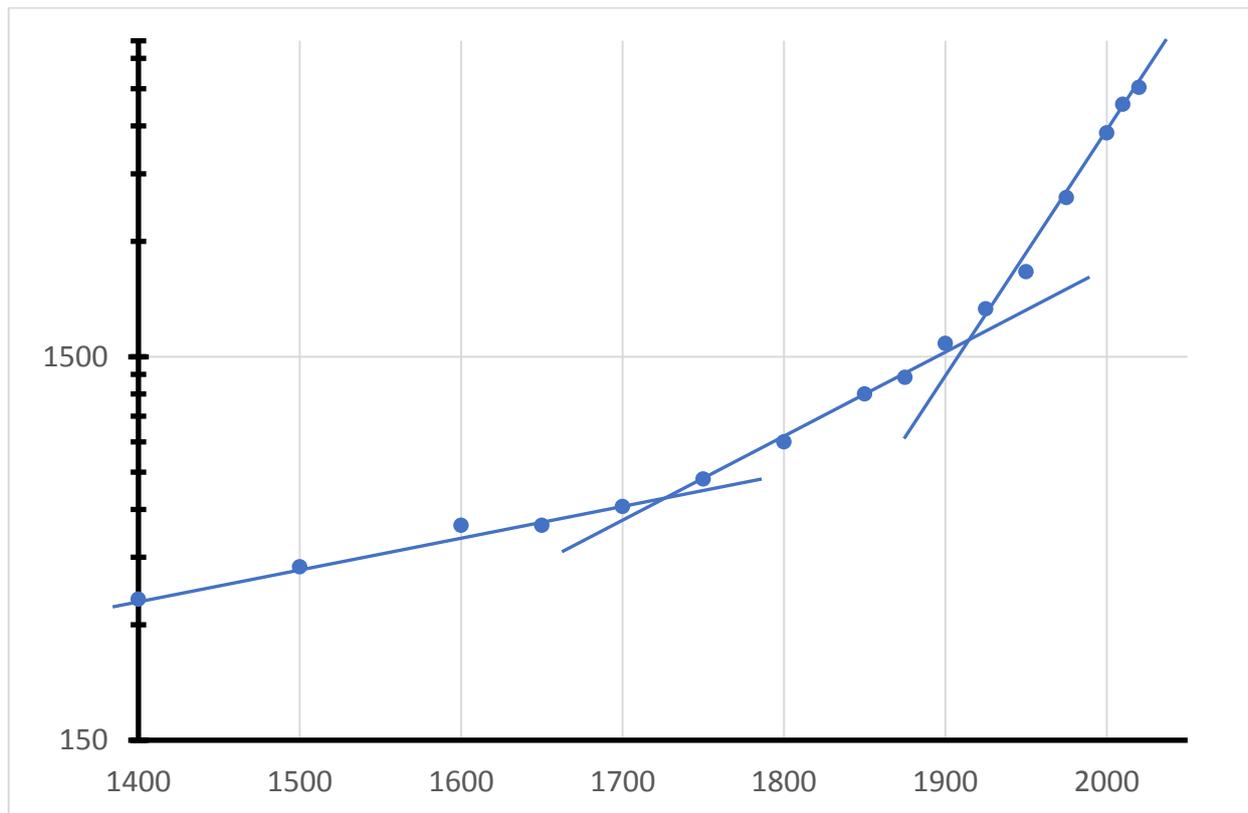


**Рис. 6.** Рост населения Земли в Древний мир и Средние века

**Fig. 6.** The Earth's population growth in the ancient world and the Middle Ages

Наконец на рис. 7 приведены данные с 1400 г. по настоящее время. Численность в это время меняется достаточно плавно, но тем не менее и на этом графике можно выделить уже три участка с примерно постоянным экспоненциальным ростом, при этом скорость роста (показатель экспоненты – угол наклона аппроксимирующей прямой) последовательно увеличивается на более поздних участках.

Первое заметное ускорение происходит около 1750 г. Именно к этому времени относят т. н. первую промышленную революцию. Хотя в характеристике этой революции приводится довольно много различных технологий, которые появились в это время, наиболее значимым достижением этого времени следует признать появление парового двигателя, который оказал существенное влияние на многие сферы производства, обеспечив масштабный рост производительности труда за счёт замены мускульной силы человека и животных энергией от сжигания топлива. Важным фактором являлось также то, что повышение доступной мощности не было привязано к рекам или участкам, на которых строились ветряки, также дававшие повышение общей энерговооружённости производства. Расширение масштабов использования этой технологии происходило следующие две-три сотни лет, обеспечивая более высокую скорость роста населения.



**Рис. 7.** Рост населения Земли с 1400 г. по настоящее время  
**Fig. 7.** The Earth's population growth from 1400 to the present

Следующее изменение скорости роста можно отнести к началу XX в. В это время происходит довольно много параллельных процессов внедрения различных производственных технологий, но наиболее значимым скорее всего был рост, определявшийся новой организацией производства (конвейерное производство), которое обеспечило очередной скачок производительности труда. Впрочем, не менее серьёзное влияние могло оказать и широкое внедрение машинной обработки земли в сельском хозяйстве.

В XX в., особенно во второй его половине, скорость появления новых технологий стала существенно выше, так что заметные изменения происходили уже в пределах жизни одного поколения. Поэтому дальнейшее рассмотрение роста численности в логике зависимости от доступных ресурсов становится проблематичным – многие предположения, использованные при выводе формулы (8), являются не такими очевидными и требуют более внимательного исследования.

Таким образом, приведённые данные показывают, что общая теория, развитая в этой статье, не противоречит данным по динамике численности населения. Было бы интересно рассмотреть более детальные данные для отдельных периодов и стран, но это потребует более масштабных работ по изучению источников информации, которые выходят за рамки отдельной статьи.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Формула, описывающая развитие ресурсов, доступных для потребления, позволяет сформулировать несколько выводов, которые нужно учитывать при формировании системы управления научным сектором.

Во-первых, в развитии производства потребляемых ресурсов играют роль всё новые знания, а не только те, что получены в научном секторе.

Во-вторых, скорость прогресса определяется не только наличием знаний самих по себе, но и потенциальным масштабом применения инновации и интенсивностью затрат на её внедрение в практическое использование. Отсюда следует также, что общее развитие определяется не только инвестированием в оригинальные исследования, но и расширением использования уже внедрённых инноваций.

С точки зрения управления научным сектором из этого следует, что направления развития и интенсивность научных исследований необходимо планировать с учётом приоритетов по инвестированию в различные производственные сектора и масштабов доступных инвестиций.

Дальнейшее развитие представленной теории требует ответа на несколько вопросов, которые выходят за рамки представленного здесь математического аппарата и требуют дополнительной детализации:

- Чем определяется или управляется генерация инноваций, которые составляют основу развития?
- Какие факторы влияют на развитие человечества по варианту прироста численности или роста удельного потребления? Т. е. каковы причины снижения численности, которое началось с середины XX в. в экономически развитых странах?

В следующей статье на базе развитой теории будут более подробно рассмотрены экономические механизмы, которые могут стимулировать или ограничивать скорость развития экономики, а также возможные факторы, влияющие на преимущественное использование доступных ресурсов для увеличения численности или роста объёмов потребления отдельными людьми.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Шепелев Г. В. Модель для описания процессов управления научным сектором. Основные положения // Управление наукой: теория и практика. 2023. Т. 5, № 4. С. 71–90. DOI 10.19181/sntp.2023.5.4.4. EDN GTLGVB.
2. Шепелев Г. В. Модель для описания процессов управления научным сектором. Верификация // Управление наукой: теория и практика. 2024. Т. 6, № 1. С. 65–79. DOI 10.19181/sntp.2024.6.1.4. EDN KZBHTC.
3. Капица С. П. Феноменологическая теория роста населения Земли // Успехи физических наук. 1996. Т. 166, № 1. С. 63–80. EDN MOVSNV.
4. Kremer M. Population growth and technological change: One million B.C. to 1990 // The Quarterly Journal of Economics. 1993. Vol. 108, № 3. P. 681–716. DOI 10.2307/2118405. EDN BPNNUR.
5. Коротяев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А. Математическая модель роста населения Земли, экономики, технологии и образования // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2005. № 13. С. 1–39. EDN PFJVKJ.

6. Peters R. H., Wassenberg K. The effect of body size on animal abundance // *Oecologia*. 1983. Vol. 60, № 1. P. 89–96. DOI 10.1007/BF00379325. EDN KSMKAW.
7. Гиляров А. М. Популяционная экология : учеб. пособие. М. : Изд-во МГУ, 1990. 190, [1] с. ISBN 5-211-00913-4.
8. Шепелев Г. В. О финансировании научного сектора (межстрановые сопоставления) // *Управление наукой: теория и практика*. 2021. Т. 3, № 1. С. 15–34. DOI 10.19181/sntp.2021.3.1.1. EDN BAMWHP.
9. Шепелев Г. В. О финансировании науки государством и бизнесом (межстрановые сопоставления) // *Управление наукой: теория и практика*. 2021. Т. 3, № 2. С. 15–39. DOI 10.19181/sntp.2021.3.2.1. EDN DQOLKT.
10. McEvedy C., Jones R. M. Atlas of world population history. N. Y. : Penguin Books, 1978. 368 p. ISBN 978-0140510768.

## REFERENCES

1. Shepelev G. V. A model for describing the management processes in the scientific sector. Fundamental principle. *Science Management: Theory and Practice*. 2023;5(4):71–90. (In Russ.). DOI 10.19181/sntp.2023.5.4.4.
2. Shepelev G. V. A model for describing the management processes in the scientific sector. Verification. *Science Management: Theory and Practice*. 2024;6(1):65–79. (In Russ.). DOI 10.19181/sntp.2024.6.1.4.
3. Kapitza S. P. The phenomenological theory of world population growth. *Uspekhi fizicheskikh nauk*. 1996;166(1):63–80. (In Russ.).
4. Kremer M. Population growth and technological change: One million B.C. to 1990. *The Quarterly Journal of Economics*. 1993;108(3):681–716. DOI 10.2307/2118405.
5. Korotaev A. V., Malkov A. S., Khalturina D. A. Mathematical model of world population, economics, technology and education growth [Matematicheskaya model' rosta naseleniya Zemli, ekonomiki, tekhnologii i obrazovaniya]. *Keldysh Institute Preprints*. 2005;(13):1–39. (In Russ.).
6. Peters R. H., Wassenberg K. The effect of body size on animal abundance. *Oecologia*. 1983;60(1):89–96. DOI 10.1007/BF00379325.
7. Gilyarov A. M. Population ecology : A study guide. Moscow : Moscow State University Press; 1990. 190, [1] p. (In Russ.). ISBN 5-211-00913-4.
8. Shepelev G. V. Expenditures on scientific research (cross-country comparisons). *Science Management: Theory and Practice*. 2021;3(1):15–34. (In Russ.). DOI 10.19181/sntp.2021.3.1.1.
9. Shepelev G. V. Financing of the science by government and business (cross-country comparisons). *Science Management: Theory and Practice*. 2021;3(2):15–39. (In Russ.). DOI 10.19181/sntp.2021.3.2.1.
10. McEvedy C., Jones R. M. Atlas of world population history. New York : Penguin Books; 1978. 368 p. ISBN 978-0140510768.

Поступила в редакцию / Received 10.03.2025.  
 Одобрена после рецензирования / Revised 31.03.2025.  
 Принята к публикации / Accepted 22.05.2025.

## **СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ**

**Шепелев Геннадий Васильевич** *shepelev-2@mail.ru*

Кандидат физико-математических наук, заместитель начальника отдела,  
НИЦ «Курчатовский институт» – НИИСИ, Москва, Россия

SPIN-код: 9104-3267

## **INFORMATION ABOUT THE AUTHOR**

**Gennady V. Shepelev** *shepelev-2@mail.ru*

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Deputy Head of a Department,  
NRC “Kurchatov Institute” – SPISA, Moscow, Russia